**المادة:الرياضيات**

**الموضوع: الإحتمالات**

**الأستاذ: عبدالله. ساس**

**المستوى الأقسام النهائية العلمية**

**سلسلة تمارين رقم11**

**الإحتمالات**

$$

علبة تشمل 8 مكعبات من بينها 3 صغيرة الحجم حمراء و 1 كبير الحجم أحمر و 2 كبيرة خضراء و 1 صغير الحجم أخضر و 1 صغير الحجم أصفر نختار عشوائيا وفي آن واحد 3 مكعبات من العلبة (نفرض أن سحب مكعب مستقل عن لونه وشكله)

1) $A$ حادثة الحصول على مكعبات ألوانها مختلفة

$B$ حادثة الحصول على الأكثر على مكعب صغير الحجم

أ) أحسب $P(A)$ ب) تأكد أن $P\left(B\right)=\frac{2}{7}$

2) ليكن المتغير العشوائي $X$ الذي يرفق بكل سحب 3 مكعبات في آن واحد عدد المكعبات الحمراء المسحوبة

أ) عين قانون الاحتمال المتغير العشوائي ب) أحسب الأمل الرياضي للمتغير العشوائي $X$

3) نكرر $n$ مرة التجربة سحب في آن واحد 3 مكعبات من العلبة مع إرجاع المكعبات المسحوبة قبل السحب الموالي نفرض أن السحبات مستقلة ونرمز إلى $P\_{n}$ إحتمال الحادثة $B$ محققة على الأقل مرة

أ) أحسب $P\_{n}$ بدلالة $n$ ب) عين أصغر عدد طبيعي $n$ بحيث $P\_{n}\geq 0,99$

$$

كيس يشمل 4 كرات حمراء و 3 سوداء وكرة بيضاء نسحب في آن واحد 3 كرات

1) أحسب إحتمال الحوادث التالية

أ) $A$ الحصول على 3 كرات من نفس اللون ب) $B$ كل الألوان موجودة في هذا السحب

جـ) $C$ يوجد لونان بالضبط في هذا السحب د) $D$ كرة حمراء على الأقل موجودة في هذا السحب

2) ليكن المتغير العشوائي $X$ الذي يرفق بكل سحب 3 كرات في آن واحد عدد الألوان الموجودة في هذا السحب

أحسب الأمل الرياضي للمتغير العشوائي $X$

$$

يحتوي كيس 3 كرات بيضاء وكرتين لونها أسود

1) نسحب من الكيس عشوائيا على التوالي وبدون إرجاع كرتين

أ) ما هو عدد إمكانيات السحب

ب) أحسب إحتمال الحوادث التالية

الحادثة $A$: سحب كرتين لهما نفس اللون

الحادثة $B$: سحب كرتين مختلفتين اللون

الحادثة $C$: سحب على الأقل كرة سوداء

2) سحب عشوائيا على التوالي مع الإرجاع ثلاث كرات من الكيس

أ) أحسب إحتمال سحب ثلاث كرات من نفس اللون

ب) أحسب إحتمال سحب على الأقل كرة بيضاء

جـ) أحسب إحتمال سحب كرتين بالضبط من نفس اللون

$$

يحتوي كيس 4 كرات حمراء مرقمة 1، 1، 2، 2 وأربع كرات بيضاء مرقمة 1، 2، 2، 2 لا يمكن التمييز بينها باللمس

نسحب عشوائيا وفي آن واحد كرتين من الكيس

1) أحسب إحتمال الحوادث التالية

الحادثة $A$ سحب كرتين لهما نفس اللون

الحادثة $B$ سحب كرتين تحملان الرقم 2

الحادثة $C$ سحب كرتين مجموع رقميهما يساوي 3

2) بين أن إحتمال سحب كرتين تحملان الرقم 2 علما أن لهما نفس اللون هو $\frac{1}{3}$

$$ نتوفر على 100 نرد من بينهما 25 نردًا مغشوشا عندما نرمي نردًا مغشوشًا فإن إحتمال الحصول على

الرقم 6 يساوي $\frac{1}{2}$

1) نختار عشوائيا نردًا واحدًا ثم نرميه على الأرض فنحصل على الرقم 6

ما هو إحتمال أن يكون هذا النرد مغشوشًا

2) نفرض أننا إخترنا عشوائيًا نردًا واحدًا من بين 100 ورمنياه على الأرض مرتين متتابعتين حصلنا فيهما على الرقم 6 ما هو الاحتمال أن يكون هذا النرد مغشوشًا

$$ 1) يحتوي صندوق على 7 كرات حمراء و 3 خضراء نسحب منه 3 كرات في آن واحد أحسب إحتمال الحوادث التالية

$A$ الحصول على كرات من نفس اللون

$B$ الحصول على الأقل كريتين حمراويتين

2) نعتبر نرد 4 وجوه تحمل الحرف $a$ ووجهان يحملان الحرف $b$ نقوم التجربة التالية

نرمي النرد فإن ظهر الحرف $a$ نسحب على التوالي مع التوالي دون إعادة كرتين من الصندوق.

$a$) أحسب إحتمال الحصول على كرتين من نفس اللون.

$b$) أحسب إحتمال ظهور الوجه $a$ علمًا أن الكرتين المسحوبتين مختلفتان اللون.

$$ من أجل كل سؤال إقتراح أو عدة إقتراحات يمكن تكون صحيحة عينها مع التعليل

يحتوي صندوق على 3 كرات بيضاء و 2 سوداء، نسحب عشوائيا على التوالي 3 كرات بحيث نعيد الكرة إلى الصندوق إذا كانت سوداء ولا نعيد الكرة إذا كانت بيضاء.

1) إحتمال أن لا نحصل على كرة بيضاء هو:

(أ)$ 1-\left(0,6\right)^{3}$ (ب) $\left(0,4\right)^{3}$ (جـ) $\left(0,6\right)^{3}$

2) إحتمال الحصول على 3 كرات بيضاء هو:

(أ)$ \left(0,6\right)^{3}$ (ب) $\left(0,1\right)$ (جـ) $\left(0,15\right)$

3) إحتمال الحصول بالضبط كرة بيضاء هو:

(أ)$ 3 \left(\frac{3}{5}\right)X\left(\frac{2}{5}\right)^{2}$ (ب) $\frac{27}{125}$ (جـ) $0,366$

4) إحتمال الحصول على الأكثر كرة بيضاء هو:

(أ)$ 1-\left(0,4\right)^{3}$ (ب) $\frac{183}{500}$ (جـ) $0,43$

5) المتغيرة العشوائي $X$ الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الكرات البيضاء المسحوبة:

(أ)$ E\left(x\right)=\frac{8}{5}$ (ب) $V\left(x\right)=\frac{7}{3}$ (جـ) $0,75<δ\left(x\right)<0,76$

$$

على الممتحنى إختيار إجابة واحدة فقط مع التحليل من الأجوبة المقترحة . صندوق به 5 كرات حمراء و 3 كرات سوداء لا يمكن التميز بينها عند اللمس

1- نسحب عشوائيا في آن واحد 3 كرات لدينا

أ- إحتمال سحب 3 كرات سوداء هو

(أ)$ A:\frac{1}{56}$ (ب) $B:\frac{1}{120}$ (جـ) $C:\frac{1}{3}$

ب- احتمال سحب 3 كرات من نفس اللون هو

(أ)$ A:\frac{11}{56}$ (ب)$ B:\frac{11}{120}$ (جـ) $C:\frac{16}{24}$

2- نسحب الآن من الصندوق كرتان على التوالي دون إعادة نعتبر الحوادث

$R\_{1}$ الكرة الأولى المسحوبة حمراء و $R\_{2}$ الكرة الثانية المسحوبة حمراء

$N\_{1}$ الكرة الأولى المسحوبة سوداء و $N\_{2}$ الكرة الثانية المسحوبة سوداء

أ- الإحتمال الشرطي $\left(R\_{2}\right)$ $P\_{R\_{1}}$ هو:

.$ A:\frac{5}{8}$ $B:\frac{4}{7}$ $C:\frac{5}{14}$

ب- إحتمال الحادثة $R\_{1}∩N\_{2}$ هو:

.$ A:\frac{16}{49}$ $B:\frac{15}{64}$ $C:\frac{15}{56}$

جـ- إحتمال الحادثة $R\_{2}$ هو:

.$ A:\frac{5}{8}$ $B:\frac{5}{7}$ $C:\frac{3}{18}$

د- إحتمال كون الكرة الأولى حمراء علمًا أن الكرة الثانية سوداء هو:

.$ A:\frac{15}{56}$ $B:\frac{3}{8}$ $C:\frac{5}{7}$

$$

أدرس صحة أو خطأ العبارات $\left(a\right)$، $\left(b\right)$، $\left(c\right)$، $\left(d\right)$

$n$ عدد طبيعي زوجي $n=2p$، $P\in N^{\*}$

تحتوي علبة على $k$ كرة مرقمة بـ $k$ حيث $1\leq k\leq n$ أي كرة مرقمة بـ 1 وكرتين مرقمة بـ 2 و3 كرات مرقمة بـ 3 ........ $n$ كرة مرقمة بـ $n$

نسحب منها كرة واحدة ولنعتبر أن جميع السحبات متساوية الإحتمال

$\left(a\right)$ العلبة تحتوي على $2P(P+1)$ كرة $\left(b\right)$ إحتمال الحصول على كرة رقمها 1 هو $\frac{2}{P(2P+1)}$

$\left(c\right)$ إحتمال الحصول على كرة رقمها زوجي هو $\frac{P+1}{2P+1}$ $\left(d\right)$ إحتمال الحصول على كرة رقمها فردي هو $\frac{P}{2P+1}$

$$

لدينا صندوقان $U$ و $V$ الصندوق $U$ به 4 كرات حمراء و 4 كرات زرقاء

 الصندوق $V$ به كرتين حمراوين و 4 كرات زرقاء

نعتبر التجربة

نسحب عشوائيا كرة من $U$: إذا كانت حمراء، نضعها في $V$ ثم نسحب عشوائيا من $V$ إذا كانت زرقاء نضعها جانبا ثم نحسب عشوائيا كرة من $V$ ولتكن الحوادث التالية.

$R\_{1}$ الكرة المسحوبة من $U$ حمراء، $B\_{1}$ الكرة المسحوبة من $U$ زرقاء، $R\_{2}$ الكرة المسحوبة من $V$ حمراء $B\_{2}$ الكرة المسحوبة من $V$ زرقاء.

1) أحسب $P(R\_{1})$ و$P(B\_{1})$

2) أحسب احتمال $B\_{2}$ علما أن $R\_{1}$ تحقق وإحتمال $B\_{2}$ علما أن $B\_{1}$ تحقق

3) بين أن $P(B\_{2})=\frac{13}{21}$

4) إستنتج $P(R\_{2})$

$$

يمثل الجدول التالي توزيع سكان في 4 أقسام $A$، $\overbar{A}$، $B$، $\overbar{B}$ نختار ساكن بطريقة عشوائية

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| $\overbar{B}$. | .$ \overbar{B}$ |  |
| 453 | 125 | $A$. |
| 200 | 53 | $\overbar{A}$. |

1) أحسب $P(A)$، $P(B)$، $P\_{B}(A)$، $P\_{A}(B)$

2) هل $A$ و $B$ مستقلان

$$

أكمل شجرة الاحتمالات التالية في كل حالة مما يلي:

**الحالة (1):**

$$P\_{A}\left(C\right)=0,2$$

$$P\left(A∩C\right)=…$$

$$P\_{A}\left(D\right)=…$$

$$P\left(A∩D\right)=…$$

$$P\left(A\right)=\frac{1}{5}$$

$$P\_{B}\left(C\right)=…$$

$$P\left(B∩C\right)=…$$

$$P\left(B\right)=…$$

$$P\_{B}\left(D\right)=\frac{1}{4}$$

$$P\left(B∩D\right)=…$$

**الحالة (2)**

$$P\_{A}\left(C\right)=…$$

$$P\left(A∩C\right)=0,3$$

$$P\_{A}\left(D\right)=…$$

$$P\left(A∩D\right)=…$$

$$P\left(A\right)=\frac{2}{5}$$

$$P\_{B}\left(C\right)=…$$

$$P\left(B∩C\right)=…$$

$$P\left(B\right)=…$$

$$P\_{B}\left(D\right)=…$$

$$P\left(B∩D\right)=0,5$$

$$

نعتبر قطعة نقدية مزيفة إحتمال ظهور الوجه يساوي $\frac{3}{5}$ إحتمال ظهور الظهر

1) أحسب إحتمال ظهور كل من الوجه والظهر

2) نرمي هذه القطعة 6 مرات

أ) ما هو احتمال ظهور الظهر 6 مرات؟

ب) ما هو إحتمال ظهور الظهر 3 مرات بالضبط؟

جـ) ما هو إحتمال ظهور الظهر مرة واحدة على الأقل؟

$$

تنتج 3 آلات $B\_{1}$، $B\_{2}$، $B\_{3}$ على التوالي $60\%$، $30\%$، $10\%$ من الإنتاج الكلي لمصنع ما. وكانت نسبة الإنتاج المعيب لهذه الآلات على التوالي $2\%$، $3\%$، $4\%$

1) إذا اختيرت وحدة بطريقة عشوائية

ما هو إحتمال أن تكون معينة؟

2) إذا أختيرت وحدة بطريقة عشوائية ووجدت أنها معيبة

ما هو إحتمال أن يكون من إنتاج الآلة $B\_{2}$؟

3) إذا أختيرت وحدة بطريقة عشوائية وجدت أنها معيبة

ما هو إحتمال أن تكون من إنتاج الآلة $B\_{3}$؟

$$

يمثل الجدول التالي صندوقان $A\_{1}$ و $A\_{2}$ يحتوي كل منهما على ساعات فضية وساعات ذهبية

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| .$ B\_{2}$ | .$ B\_{1}$ | الصناديق |
| 9 | 7 | الساعات الذهبية |
| 6 | 3 | الساعات الفضية |

1) نختار صندوقا بطريقة عشوائية ثم نختار منه ساعة بطريقة عشوائية

1) ما هو إحتمال أن الساعة التي أختيرت ساعة ذهبية

2) ما هو إحتمال أن الساعة التي أختيرت من الصندوق $B\_{2}$ إذا علم أنها ذهبية

3) ما هو إحتمال أن الساعة التي أختيرت من الصندوق $B\_{1}$ إذا علم أنها فضّية

$$

كيس به 7 كرات منها 3 حمراء و 4 خضراء

نسحب منه 3 كرات على التوالي دون إعادة

لتكن $A$ حادثة الحصول على لونين معًا

$B$ حادثة الحصول على لون واحد

بإستعمال شجرة الاحتمالات أحسب

1) إحتمال تحقق الحادثة $A$

2) إحتمال تحقق الحادثة $B$

3) إحتمال تحقق كل مسار

$$

يوجد في مدينة شرطيان مستقلان عن بعضها البعض إحتمال وصول الشرطي الأول إلى مكان الحادث هو $0,70$ وإحتمال وصول الشرطي الثاني إلى مكان الحادث هو $0,85$

ما هو إحتمال وصول أحدهما على الأقل إلى مكان الحادث؟

$$

صندوق يحتوي على 6 كرات بيضاء و 5 كرات حمراء و 4 خضراء في كل تجربة نسحب كرة واحدة ولا نعيدها إلى الكيس

ما هو إحتمال أن تكون الكرة المسحوبة في التجربة الأولى بيضاء وفي التجربة الثانية حمراء وفي التجربة الثالثة خضراء.

$$

كيس يحتوي على 4 كرات بيضاء و 3 حمراء لا نفرق بينها عند اللمس

إحتمال سحب كرة بيضاء هو $\frac{4}{7}$ وإحتمال سحب كرة حمراء هو $\frac{3}{7}$

نسحب على الترتيب 6 كرات مع الإعادة (يدل على الرمز $B$ كرة بيضاء و $R$ كرة حمراء)

إذا كانت عمليات السحب مستقلة عن بعضها البعض أحسب

1) إحتمال الحصول على القائمة $\left(R,B,B,R,B,B\right)$

2) إحتمال الحصول على القائمة $\left(R,R,R,R,B,R\right)$

**قوانين الإحتمالات**

$$

نرمي نرد مرة واحدة مرقم من 1 إلى 6

نفرض أن الاحتمالات متساوية ونعرف المتغير العشوائي $X$ الذي يرفق بكل رمية الرقم الذي يظهر.

1) بين أن التوزيع العشوائي لهذه التجربة هو توزيع منتظم

2) أكتب قانون التوزيع المنتظم لهذه التجربة ومثل بيانيا هذا التوزيع

3) أحسب $E(X)$ و $V(X)$ و $δ(X)$

$$

كيس به 10 كرات مرقمة من 1 إلى 10 (الكرات متجانسة لا نفرق بينها في اللمس) نسحب عشوائيا كرة ونعرف وفق قانون برنولي المتغير العشوائي $X$ الذي يأخذ مقدار لربح إذا تحصلنا على كرة رقمها 10 وفي الباقي الحالات خسارة نرمز بـ $P$ إلى إحتمال الربح.

1) أحسب $P$ وسيط قانون برنولي

2) عرّف قانون برنولي الذي وسيطه $P$ .

$$

نرمي قطعة نقد متوازنة 8 مرات بحيث إذا تحصلنا على الرقم نربح 50 دج

1) أكتب قانون التوزيع للمتغير العشوائي الذي يأخذ عدد مرات ظهور الرقم

2) مثل قانون التوزيع الثنائي بأعمدة

3) أحسب $E(X)$ و $V(X)$ و $δ(X)$

$$

نرمي قطعة نقد متوازنة 6 مرات

1) ماهو إحتمال الحصول على الوجه مراتين

2) ما هو إحتمال الحصول على الوجه 4 مرات

3) ما هو إحتمال الحصول على الظهر 6 مرات

4) ما هو إحتمال الحصول على الوجه مرة واحدة على الأقل

$$

1) $f$ دالة معرفة على المجال $\left[0, 1\right]$ بـ $f\left(x\right)=3x^{2}$

$a$) برهن أن $f$ هي دالة كثافة إحتمال

$b$) أحسب $E(X)$ و $V(X)$ و $δ(X)$

2) $g$ دالة معرفة على المجال $\left[1, e\right]$ كما يلي $g\left(x\right)=\frac{1}{x}$

$a$) برهن أن $g$ هي دالة كثافة إحتمال

$b$) أحسب $E(X)$ و $V(X)$ و $δ(X)$

$$

ليكن $X$ متغير عشوائي يخضع للقانون الأسي ذو الوسيط $λ$ مع $λ$ عدد حقيقي موجب تماما

أحسب $E(X)$ و $V(X)$ و $δ(X)$

علما أن الدالة $f$ حيث: $f\left(x\right)=λe^{-λx}$ المعرفة على المجال $\left[0, +\infty \right[$ ككثافة إحتمال

$$

قطعة غيار مدة حياتها تتوزع توزيعا أسيا المدة المتوسطة لحياتها 15 شهرا.

1) ما هو إحتمال أن تكون مدة حياتها أكبر تماما من 6 أشهر

2) ما هو إحتمال أن تكون مدة حياتها أكبر تماما من 18 أشهر

3) ما هو إحتمال أن تكون مدة حياتها محصورة بين 18 و20 شهر

4) تحقق بإستعمال التعريف أن المدة المتوسطة لحياة القطعة هي فعلا 15 شهرًا.

$$

قسم دراسي يتألف من 30 تلميذ في شعبة العلوم التجريبية إذا كان إحتمال النجاح في إمتحان البكالوريا يساوي $0,3$

1) ما هو إحتمال نجاح تلميذ واحد في البكالوريا

2) ما هو إحتمال 3 نجاح تلاميذ في البكالوريا

3) ما هو إحتمال فشل 10 تلاميذ في البكالوريا

4) ما هو إحتمال عدم نجاح أي تلميذ في البكالوريا

5) ما هو إحتمال نجاح تلميذ واحد على الأكثر

6) أحسب $E(X)$ و $V(X)$ و $δ(X)$

$$

نلقي نرد متوازن 4 مرات نعتبر حادثة النجاح $A$ حيث $A$ هو حادثة الحصول على الرقم 3.

لتكن $X$ متغير عشوائي يرفق بعدد مرات ظهور العدد 3

1) أكتب قانون إحتمال المتغير العشوائي $X$

2) أحسب $E(X)$ و $V(X)$ و $δ(X)$

3) مثل بيانيا قانون الإحتمال بأعمدة

$$

$f$ دالة معرفة على المجال $\left[0, +\infty \right[$ كما يلي $f\left(x\right)=2008 e^{-2800x}$

1) برهن أن الدالة $f$ هي دالة كشافة إحتمال

2) نفرض أن القانون $P\_{x}$ يقبل الدالة $f$ ككثافة إحتمال

أحسب $P\_{x}\left(\left[0, 0,001\right]\right)$ $P\_{x}\left(x>0,001\right)$

3) أحسب $E(X)$ و $V(X)$ و $δ(X)$

$$

علبة بها 10 مصابيح منها 7 صالحة و 3 غير صالحة

قام أحد الأفراد بسحب بطريقة عشوائية مصباحين في آن واحد ما هو إحتمال الحصول على:

1) مصباحين صالحين 2) مصباحين غير صالحين 3) أحداهما صالح والآخر غير صالح

2) أحد المصباحين صالح على الأقل 5) أحد المصباحين غير صالح على الأقل.